「材料」(Journal of the Society of Materials Science, Japan), Vol. 66, No. 7, pp. 470-478, July 2017
総　説

2次元検出器を用いた cos α 法による X 線応力測定
その1　測定の基礎†

田中　啓介＊

X-Ray Stress Measurement by The Cos α Method Using Two-Dimensional Detector
Part 1: Fundamentals of Measurements

by

Keisuke TANAKA*

X-ray stress measurements are widely used as one of the most powerful nondestructive tools to measure residual stress in polycrystalline solids. In most cases, the $\sin^2\psi$ method has been adapted to determine the stress. In recent years, the cos α method attracts engineers as a new method to measure the stress using two-dimensional detectors, such as imaging plates (IP). The present article is the part one of the review of state of the art of the cos α method. The principle of the method was originally proposed in Japan and has been developed in cooperative works in the Society of Materials Science, Japan. The strain is determined from the whole Debye-Scherrer ring recorded on IP by single exposure of X-rays as a function of the orientation angle α. In one measurement, the normal stress is determined by cos α diagrams and the shear stress by sin α diagrams, without knowing the exact value of stress-free diffraction angle. A commercial portable stress analyzer adapting the cos α method shortens the measurement time to about 1min. In the present article, the history of the development of the cos α method is covered and fundamentals of the method are presented. The advantages of the cos α method are highlighted in comparison with the other methods of X-ray stress determination.

Key words:
X-ray stress measurement, The cos α method, Two-dimensional detector, Imaging plate, Residual stress, Debye-Scherrer ring, X-ray single exposure

1　は じ め に

外力が存在しないときに機械や構造物中に存在する応力は残留応力と称され，部材の破壊や疲労強度に大きな影響を持つばかりでなく，寸法形状の安定性をも左右する．ほとんどの部材や構造物は残留応力を有しており，予期せぬ変形や破壊が生じたときはその原因が残留応力に帰着される場合が多い．実際の部材や構造物に存在する残留応力を予測することは困難な場合が多く，実験的な測定による実態の把握が不可欠である．

残留応力の実験的測定法は破壊的な方法と非破壊的の方法に分類されるが，非破壊的測定法としての X 線応力測定法は，多結晶材料の残留応力測定法として最も広く利用されており，現在では現場技術として定着している[1]．また，日本材料学会から「X 線応力測定法標準」[2]（以下測定法標準と略す）も制定されている．X 線応力測定の基礎となっている手法は $\sin^2\psi$ 法であり，これを採用した測定装置が多く市販されている．X 線の検出器としては．シンチレーションカウンターを代表とする 0 次元検出器 (0-dimensional detector)，あるいは位置敏感型比例計数管（position sensitive proportional counter: PSPC）などの 1 次元検出器 (1-dimensional detector) が採用され，現場用として，可搬式で小型・軽量・高速の応力測定装置に対するニーズに応えるために多くの改良が続けられてきた．

近年，イメージングプレート（imaging plate: IP）や 2 次元 PSPC，半導体検出器などの 2 次元検出器 (2-dimensional detector) を採用した応力測定装置が市販され始めている[3)-5)]．これらの市販装置の 1 機種 (PULSTEC μ-X360) では，測定方法として cos α法が採用されている[6)]. cos α法の理論[7),8)]は我が国で提案され，日本材料学会の活動を中心として発展した独自技術である．最近，cos α法の有用性，実用性が広く認識され，海外でも注目されており，今後さらなる発展が期待できる．本総説は 2 編に分かれている．その 1 の本稿では，X 線測定の原理に立ち返り，$\sin^2\psi$法から cos α 法までの進歩をたどるとともに，cos α法の基礎理論を述べる．続くその 2[9)]では，cos α法の測定の実際と応用の現状について述べ，さらに今後の発展について展望する．

2　$\sin^2\psi$法による応力測定

2.1　測定の基礎

X 線応力測定では，結晶の格子面間隔を評点距離として，応力による格子面間隔の変化を結晶の X 線回折現象を利用して測定し，弾性ひずみを求める．いま，波長λの X 線を結晶に照射するとき，回折角 2θと回折面格子間隔 d とは次のブラッグの条件式で関係する．

$$\lambda = 2d\sin\theta \tag{1}$$

†　原稿受理　平成28年12月21日　Received Dec. 21, 2016　
＊　正 会 員　名古屋産業科学研究所　〒464-0819 名古屋市千種区四谷通
Nagoya Industrial Science Research Institute, Chikusa-ku, Nagoya 464-0819.

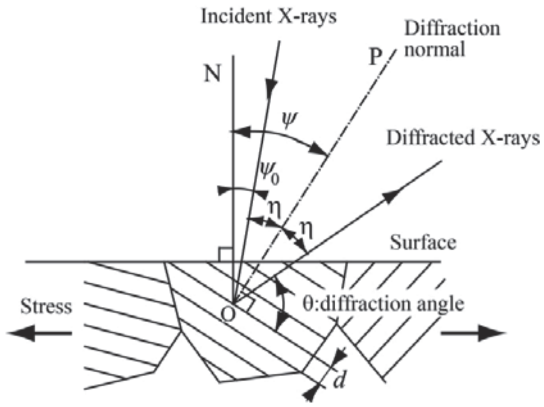


Fig. 1　Strain measurement by X-ray diffraction.

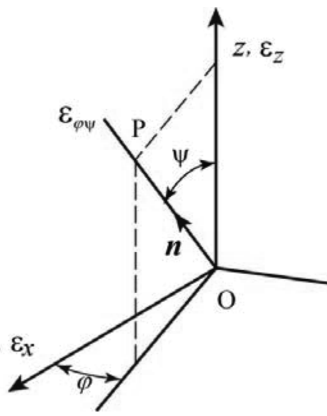


Fig. 2　Normal strain in the *x*-*y*-*z* coordinates of specimen measured by X-ray diffraction.

ここで，Fig. 1 に示すように試料表面の結晶の面間隔が応力によって無ひずみ状態の d_0 から $d_0+\Delta d$ に変化したとする．このとき，波長一定として上式を微分すると

$$\varepsilon = \Delta d / d_0 = -\cot\theta_0\left(\theta - \theta_0\right) \tag{2}$$

となる．ここで，$2\theta_0$ は無ひずみの回折角である．上式より回折角の変化を測定することから格子面間隔の変化，つまり回折面法線方向の垂直ひずみが求められる．この格子ひずみは結晶の弾性ひずみに相当する．X 線を多結晶体に照射して得られる回折強度曲線（回折プロファイルと称される）は，回折条件を満たす多くの結晶からの回折の重ね合わせとなる．したがって，回折プロファイルのピーク値は多くの回折結晶の平均的な回折角 2θとなり，この変化から式(2)で求められる格子ひずみは，マクロな弾性ひずみに対応する．

いま，Fig. 2 に示すように，試料表面に *x*-*y* 軸をとり，法線方向を *z* 軸にとる．ここで，X 線測定するひずみは図中の OP 方向の垂直ひずみ$\varepsilon_{\varphi\psi}$とする．OP 方向は回折面の法線方向で，この方向の単位ベクトルを回折ベクトル (diffraction vector) と称する．これは散乱ベクトル (scattering vector) の波長倍に等しい．また，φは回折ベクトルの *x*-*y* 面内での方位角 (azimuth angle)，ψは *z* 軸からの傾斜角 (inclination angle) である．垂直ひずみ$\varepsilon_{\varphi\psi}$は，*x*-*y*-*z* 座標系に対する垂直ひずみε_x，ε_y，ε_z，せん断ひずみ $\gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}$ と，ひずみの変換公式により次の関係にある．

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\varphi\psi} &= \varepsilon_x n_1^2 + \varepsilon_y n_2^2 + \varepsilon_z n_3^2 + \gamma_{yz} n_2 n_3 \\ &\quad + \gamma_{zx} n_3 n_1 + \gamma_{xy} n_1 n_2\end{aligned} \tag{3}$$

ここで，n_iは回折ベクトルの成分で

$$\begin{aligned}&n_1 = \sin\psi\cos\varphi, \quad n_2 = \sin\psi\sin\varphi, \\ &n_3 = \cos\psi\end{aligned} \tag{4}$$

となる．式(3)が 3 軸応力状態での X 線応力解析の基礎式である．複数のひずみ$\varepsilon_{\varphi\psi}$を X 線測定して，上式を用いて各ひずみ成分を決定し，弾性力学の関係式を用いて応力を決定するのが X 線応力測定法の原理である．

現在まで，多結晶体の X 線応力測定法として種々提案されているが，最も広く用いられているのが $\sin^2\psi$法であり測定法標準 [2)]にも採用されている．$\sin^2\psi$法では，X 線の表面からの侵入深さが浅いことから平面応力状態を仮定する．応力とひずみの関係式はヤング率 *E*，ポアソン比νとして

$$\begin{aligned}&\varepsilon_x = \left(1/E\right)\left(\sigma_x - \nu\sigma_y\right),\ \varepsilon_y = \left(1/E\right)\left(\sigma_y - \nu\sigma_x\right), \\ &\varepsilon_z = -\left(\nu/E\right)\left(\sigma_x + \sigma_y\right),\ \gamma_{xy} = 2\left[\left(1+\nu\right)/E\right]\tau_{xy}, \\ &\gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0\end{aligned} \tag{5}$$

である．これらを用いて式(3)を変形すると次式を得る．

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\varphi\psi} &= \left[\left(1+\nu\right)/E\right]\sin^2\psi \times \\ &\left(\sigma_x\cos^2\varphi + \tau_{xy}\sin 2\varphi + \sigma_y\sin^2\varphi\right) \\ &-\left(\nu/E\right)\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\end{aligned} \tag{6}$$

ついで，$\varphi = 0$の場合を考え，$\varepsilon_\psi = \varepsilon_{\varphi\psi}$とおくと，測定ひずみと面内応力$\sigma_x$, σ_yの関係は次のようになる．

$$\varepsilon_\psi = \frac{1+\nu}{E}\sin^2\psi\cdot\sigma_x - \frac{\nu}{E}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) \tag{7}$$

ここでの弾性定数は機械的な値とは異なり，X 線的弾性定数（X-ray elastic constant）と称される．上式に式(2)を代入すると，

$$\begin{aligned}2\theta_\psi &= -\frac{2\left(1+\nu\right)}{E}\tan\theta_0\sin^2\psi\cdot\sigma_x \\ &\quad + \frac{2\nu}{E}\tan\theta_0\cdot\left(\sigma_x + \sigma_y\right) + 2\theta_0\end{aligned} \tag{8}$$

となる．上記の式(7), (8)が $\sin^2\psi$法の基礎式である．

式(8)を用いると，異なる 2 つのψで回折角を測定すれば未知である 2 応力成分σ_x, σ_yを決定することが可能である．しかし，ほとんどの場合この試みは成功しない．その理由は上式中にある無ひずみの回折角 $2\theta_0$(あるいは無ひずみ格子面間隔 d_0) を高精度に求めることが困難であり，また測定値にはばらつきがあるためである．これらの問題を解決する画期的な方法が $\sin^2\psi$法である．上式で回折角が $\sin^2\psi$に比例して変化することに着目して，$\sin^2\psi$の複数点で，測定法標準 [2)]では0から0.6まで間隔0.15以下で5点以上の設定で回折角$2\theta_\psi$を測定し，$2\theta_\psi$と $\sin^2\psi$の関係を直線近似して，その傾きから垂直応力σ_xを決定する．このとき$2\theta_0$は $\tan\theta_0$の項をとおしてのみで応力値に影響するため精度は要求されない．また，5 点の直線回帰を行うことにより測定値のばらつきを押

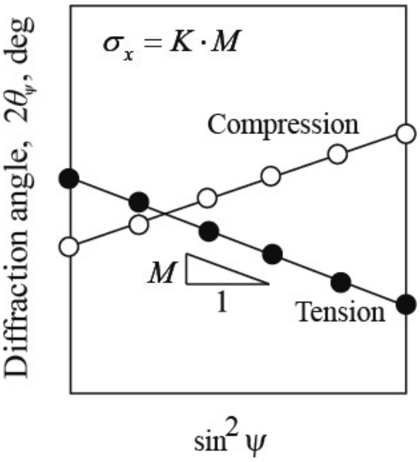


Fig. 3 $2\theta_\psi$ - $\sin^2\psi$ diagram.

さえるとともに，回帰直線のばらつきの程度から測定値の信頼性を保証することができる．

Fig. 3 に $2\theta_\psi$ - $\sin^2\psi$線図を模式的に示す．回帰直線の傾きを M として，次式により応力が求められる．

$$\sigma_x = K \cdot M$$
$$K = -\frac{E}{2(1+\nu)}\cot\theta_0 \cdot \left(\frac{\pi}{180}\right), \tag{9}$$
$$M = \frac{\partial(2\theta_\psi)}{\partial \sin^2\psi}$$

ここで，K は応力定数と称される．応力定数は負であるので，引張応力の場合には右下がり，圧縮の場合には右上がりとなる．引張と圧縮の線図の交点は $2\theta_\psi = 2\theta_0$ に対応し，このときの $\sin^2\psi$は式(8)より次のようになる．

$$\sin^2\psi = [\nu/(1+\nu)] \cdot (\sigma_x + \sigma_y)/\sigma_x \tag{10}$$

ここで，応力定数 K に含まれる弾性定数 $E/(1+\nu)$ は X 線的弾性定数であり，応力測定標準 [2)]の値ないしは単結晶からクレーナーモデルによる計算値を使用することが推奨される [1)]．X 線装置を用いて，$\sin^2\psi$に伴う回折角の相対的な変化を高精度に測定することは容易であり，応力は相対的な角度変化量から決定するため，高精度決定が可能となる．$\sin^2\psi$法の広範囲の応用例，応力勾配や集合組織の影響，3軸応力状態への展開などに関する現状については，田中・鈴木・秋庭による書物「残留応力の X 線評価」[1)]が参考になる．

2.2 $\sin^2\psi$法の特徴

多くの X 線応力測定装置においては，$\sin^2\psi$法が平行ビーム光学系と組み合わされて採用されており，次の3特徴を有することから，応力測定値の精度・再現性が保証されている．

(1) 無ひずみの回折角 $2\theta_0$ の絶対値の正確な決定を必要としない． $\sin^2\psi$に伴う相対的な回折角度の変化量から応力を決定する．

(2) 回折角（あるいはひずみ）と $\sin^2\psi$の関係を直線回帰し，傾きから応力を決定する．数点を使って応力値を決定することによって，測定値のばらつきを押さえるとともに，直線性から迅速に測定値の信頼限界が評価できる．

(3) 試料のミスセッティング，表面の凹凸などの測定値への影響が小さい．

特徴(1), (2)は $\sin^2\psi$法の原理に基づく特徴である．特徴(3)は光学系に平行ビームを採用することによって実現された．平行ビーム系の採用により X 線の集中条件が緩和され，測定されたプロファイルが試料と検出器の距離のミスセッティングに不敏感となるためである．このような特徴をもつ $\sin^2\psi$法は，市販の測定装置の出現と相まって，実験室技術から現場技術へと進化した．この進化の過程で，測定法標準 [2)]が制定され，現場技術として確立されることとなった．

3 測定装置の小型・軽量・高速・高精度への挑戦

現場での測定（on-site measurement) では，可搬式で，かつ小型・軽量・高速・高精度で操作性に優れた装置が常に求められている．このため，$\sin^2\psi$法を採用した応力測定装置において，光源，検出器，データ処理に改良が重ねられてきた．通常の X 線回折装置では，X 線検出は 0 次元検出器によって行われている．この場合，回折プロファイルを計測するために，検出器の角度走査と傾斜角設定のためのゴニオメータ機構が必要である．現場のニーズとしての走査時間の短縮と装置の小型・簡便化に答えるために，検出器として PSPC などの 1 次元検出器が採用された．これによりプロファイル計測のための角度走査は不要となった．しかし，依然として X 線入射角を設定するためのゴニオメータを必要としている．この入射角の移動を省略するための手法が，単一入射 (single exposure) による 2 点法である．X 線を単一の斜角ψ_0で入射し，$\pm\eta$側の2方向にそれぞれの検出器を配置し，2 個の検出器で同時に回折 X 線を検出して，2点の回折角測定から応力を決定する．あるいは，2傾斜角となるが，2点のψで得たデータから $\sin^2\psi$法で応力を求める2点法 (two-tilt method) がある．2点のみから応力決定している場合には信頼性の評価ができないが，$\sin^2\psi$線図の直線性が保証されている場合においては迅速測定として利用される．このような機器と手法の種々の進歩によって，多くの市販の測定装置において 1 点の応力測定が 10 min 程度に短縮されてきている．

近年，IP，2 次元 PSPC，半導体検出器などの 2 次元検出器の応力測定分野への導入が進められている．なお，2 次元検出器は面積検出器 (area detector)とも称され，利用の歴史は 30 年程度以前に行われていた X 線フィルムを用いた応力測定の時代にさかのぼる．当時 X 線フィルムは，回折 X 線の照射後，現像，定着，水洗い，乾燥を行って回折像が得られ，その後，フィルムの黒化度をミクロフォトメータによって測定し，プロファイルを取得した．この間フィルムの収縮の問題もあり，プロファイルを得るまでに長時間を有していた．実際にき裂先端の応力測定のための細束 X 線写真を撮影するのに 20 h 近くかかっていた．このように長時間かけて撮影した一枚

のフィルム上のデバイ環から最大の情報を取り出すために提案された手法が cos α法 7),8)である．近年，2 次元検出器は長足の進歩をしており，短時間でのデータ記録と処理を通して，高速でのディジタルデータの取得・解析が可能となってきているために，測定時間が飛躍的に短縮されている．

2 次元検出器を用いた応力測定法はいくつか提案されているが，これらは 2 次元検出器によるデータ取得法と密接に関係している．デバイ環の全周のデータから応力を決定する cos α法，重回帰分析法や最小二乗法などを用いる直接解法，あるいは複数条件で取得したデバイ環の一部のデータを利用する 2D-XRD 法などが提案されている．これらのうち，cos α法が最も実用化が進んでいる．cos α法は，X 線フィルム時代である 1978 年に，平・田中・山崎 7),8)によって細束 X 線を用いた応力測定法として提案された．その後，富士フイルムによってイメージングプレート IP が 1981 年に開発された．1990 年代には，吉岡・大谷 10),11)によって応力測定用の検出器として導入され，この IP を用いることによって短時間で cos α法による応力測定が可能であることが確かめられた．一方，佐々木・広瀬ら 12)-14)によって cos α法を基礎とした 3 軸応力測定法が展開され，手法の汎用性が高まることとなった．2012 年には，cos α法を採用した可搬式の小型・軽量の応力測定装置 (PULSTEC μ-X360) が市販され，最近では 1 min 程度で応力測定が可能になりつつあり，大きな注目を集めている．なお，2 次元検出器による X 線応力測定に関する全般的な解説については，坂井田ら 3),4)，および鈴木ら 5)の報告が参考になる．

4 cos α法による応力測定の基礎

4.1　測定ひずみ

cos α法は，単一斜入射 X 線を用いて 2 次元検出器で取得したデバイ環の全周の情報を使用して応力を決定する手法である．以下，2 次元検出器を簡単のため IP で代表させる． Fig. 4 に IP 上にデバイ環を記録している状態を示す．試料表面に x-y 座標をとり， X 線は x-z 面内で，z 軸に対して角ψ_0だけ傾けて入射し，入射光に対して垂直に配置した IP でデバイ環を記録する．IP 上で$-\eta$側から時計方向にαだけ回転した方位に対応する回折ベクトルを $\vec{n}$ とする． ここではαを方位角 (orientation angle)と称する． $\vec{n}$ ベクトルの x-y-z 座標系に対する成分が次のように求められる．まず， $\vec{n}$ は OQ 方向の単位ベクトル $\vec{n}_0$ と IP 上でのα方向の単位ベクトル $\vec{e}_\alpha$ と次の関係にある．なお，使用するベクトル演算を Fig. 5 に示す．

$$\vec{n} = \cos\eta \cdot \vec{n}_0 + \sin\eta \cdot \vec{e}_\alpha \tag{11}$$

ここで， $\vec{n}_0$ は x 方向の単位ベクトル $\vec{e}_x$，z 方向の単位ベクトル $\vec{e}_z$ と次の関係にある．

$$\vec{n}_0 = \sin\psi_0 \cdot \vec{e}_x + \cos\psi_0 \cdot \vec{e}_z \tag{12}$$

また， $\vec{e}_\alpha$ は$-\eta$方向の単位ベクトル $\vec{e}_{-\eta}$，y 方向の単位ベクトル $\vec{e}_y$ を用いて変形し

$$\begin{aligned}\vec{e}_\alpha &= \cos\alpha \cdot \vec{e}_{-\eta} + \sin\alpha \cdot \vec{e}_y \\ &= \cos\alpha\left(\sin\psi_0 \cdot \vec{e}_z - \cos\psi_0 \cdot \vec{e}_x\right) + \sin\alpha \cdot \vec{e}_y \\ &= -\cos\psi_0 \cos\alpha \cdot \vec{e}_x + \sin\alpha \cdot \vec{e}_y + \sin\psi_0 \cos\alpha \cdot \vec{e}_z\end{aligned} \tag{13}$$

となる．式(12), (13)を式(11)に代入して， $\vec{n}$ ベクトルの x-y-z 座標系に対する成分が求められる．

$$\begin{aligned}\vec{n} &= n_1\vec{e}_x + n_2\vec{e}_y + n_3\vec{e}_z \\ n_1 &= \cos\eta\sin\psi_0 - \sin\eta\cos\psi_0\cos\alpha \\ n_2 &= \sin\eta\sin\alpha \\ n_3 &= \cos\eta\cos\psi_0 + \sin\eta\sin\psi_0\cos\alpha\end{aligned} \tag{14}$$

回折ベクトル OP 方向の垂直ひずみε_αは，ひずみの変換公式により x-y-z 座標系のひずみと次の関係にある．

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= \varepsilon_x n_1^2 + \varepsilon_y n_2^2 + \varepsilon_z n_3^2 + \gamma_{yz} n_2 n_3 \\ &\quad + \gamma_{zx} n_3 n_1 + \gamma_{xy} n_1 n_2\end{aligned} \tag{15}$$

ここで上式は式(3)と同一であるが，回折ベクトルの成分の表示式が異なる．ついで，X 線の侵入深さが浅いことから，平面応力状態を仮定すると，上式は次式に変形される．

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= \varepsilon_x\left[n_1^2 - \nu n_3^2 \big/ (1-\nu)\right] \\ &\quad + \varepsilon_y\left[n_2^2 - \nu n_3^2 \big/ (1-\nu)\right] + \gamma_{xy} n_1 n_2\end{aligned} \tag{16}$$

さらに，平面応力の応力とひずみの関係式(5)を利用して，次の応力表示式を得る．

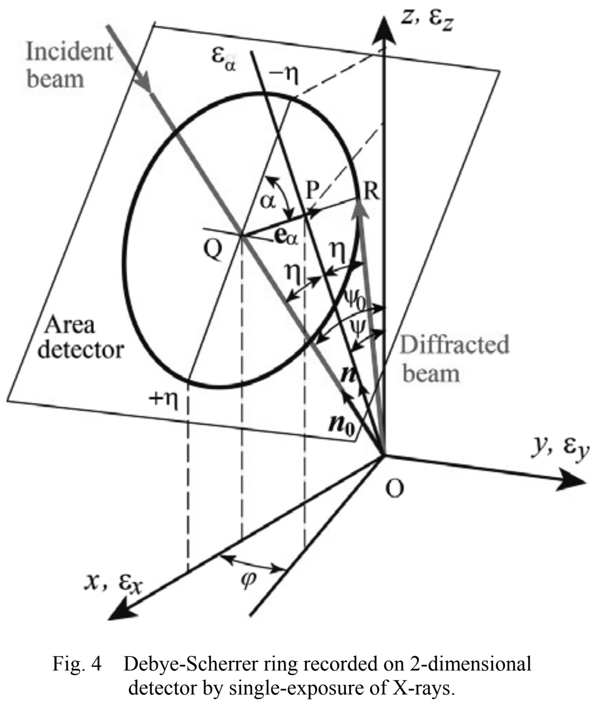
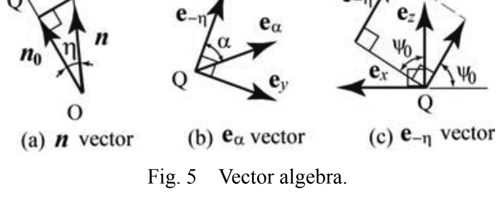


Fig. 4　Debye-Scherrer ring recorded on 2-dimensional detector by single-exposure of X-rays.



(a) $\boldsymbol{n}$ vector　(b) $\mathbf{e}_\alpha$ vector　(c) $\mathbf{e}_{-\eta}$ vector

Fig. 5　Vector algebra.

$$\varepsilon_\alpha = \left[\left(1+\nu\right)/E \right] \left(n_1^2 \sigma_x + n_2^2 \sigma_y + 2 n_1 n_2 \tau_{xy} \right) - \left(\nu/E\right)\left(\sigma_x + \sigma_y\right) \tag{17}$$

式(14)を代入して，書き直すと

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha = & \left[\left(1+\nu\right)/E \right] \times \\ & \left[\left(\cos\eta \sin\psi_0 - \sin\eta \cos\psi_0 \cos\alpha \right)^2 \sigma_x + \sin^2\eta \sin^2\alpha \cdot \sigma_y \right. \\ & \left. + 2\sin\eta \sin\alpha \left(\cos\eta \sin\psi_0 - \sin\eta \cos\psi_0 \cos\alpha \right) \cdot \tau_{xy} \right] \\ & - \left(\nu/E\right)\left(\sigma_x + \sigma_y\right) \end{aligned} \tag{18}$$

さらに，式(2)を代入して回折角として表示する．

$$\begin{aligned} 2\theta_\alpha = & -\left[2\left(1+\nu\right)/E \right] \tan\theta_0 \times \\ & \left[\left(\cos\eta \sin\psi_0 - \sin\eta \cos\psi_0 \cos\alpha \right)^2 \sigma_x + \sin^2\eta \sin^2\alpha \cdot \sigma_y \right. \\ & \left. + 2\sin\eta \sin\alpha \left(\cos\eta \sin\psi_0 - \sin\eta \cos\psi_0 \cos\alpha \right) \tau_{xy} \right] \\ & + \left(2\nu/E\right) \tan\theta_0 (\sigma_x + \sigma_y) + 2\theta_0 \end{aligned} \tag{19}$$

ここで，$2\theta_\alpha$は方位角αにおける回折角である．上述の式(18),(19)が cos α法の基礎式である．

4.2　応力の決定

IP 上に記録されたデバイ環から回折角を測定し，ひずみε_αを求める．cos α法では測定ひずみε_αの方位角αへの依存性の特徴を巧みに利用して応力を決定する．Fig. 6 に入射 X 線側から見たデバイ環を示す．なお，図では入射 X 線側から IP 上のデバイ環をみて，時計回り方向にαをとっているので，IP の露光されている側からデバイ環を見るとαは反時計回りとなる．測定されるσ_yはαの回転方向に依存しないが，τ_{xy}では正負が反転する．

測定では Fig. 5 に示すように各方位角αに対して 4 方向の垂直ひずみε_α, $\varepsilon_{\pi+\alpha}$, $\varepsilon_{-\alpha}$, $\varepsilon_{\pi-\alpha}$を測定する．ついで，ひずみの差である$(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_{\pi+\alpha})$と$(\varepsilon_{-\alpha} - \varepsilon_{\pi-\alpha})$を求め，その平均を$\varepsilon_{\alpha1}$とする（第 1 ひずみパラメータと称する）．

$$\varepsilon_{\alpha1} \equiv \left[\left(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_{\pi+\alpha} \right) + \left(\varepsilon_{-\alpha} - \varepsilon_{\pi-\alpha} \right) \right] / 2 \tag{20}$$

このパラメータは，式 (18) を用いて変形して，応力と次の関係となる．

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha1} &= -\left[\left(1+\nu\right)/E \right] \sin 2\eta \sin 2\psi_0 \cos\alpha \cdot \sigma_x \\ &= -\left[\left(1+\nu\right)/E \right] \sin 2\theta_0 \sin 2\psi_0 \cos\alpha \cdot \sigma_x \end{aligned} \tag{21}$$

ここで，2ηのαによる変化は小さいので，$2\eta = \pi - 2\theta_0$を使用した．上式から，傾斜方向（x 方向）の垂直応力σ_xは，$\varepsilon_{\alpha1}$と cos α との直線関係式の傾きから決定する．

$$\sigma_x = -\frac{E}{1+\nu} \frac{1}{\sin 2\theta_0 \sin 2\psi_0} \left(\frac{\partial \varepsilon_{\alpha1}}{\partial \cos\alpha} \right) \tag{22}$$

これを書き換えて，

$$\begin{aligned} \sigma_x &= K_1 \cdot M_1 \\ K_1 &= -\frac{E}{1+\nu} \frac{1}{\sin 2\theta_0 \sin 2\psi_0} \\ M_1 &= \frac{\partial \varepsilon_{\alpha1}}{\partial \cos\alpha} \end{aligned} \tag{23}$$

上式が cos α法での垂直応力の決定式である．K_1は応力定数と称され，背面反射では負数である．Fig 7 に cos α線図を模式的に示す．引張応力の場合には右下がりとなる．また，$\alpha = 90°$ つまり $\cos\alpha = 0$ では$\varepsilon_{\alpha1} = 0$ となる．$\alpha = 0°$ つまり $\cos\alpha = 1$ で$\varepsilon_{\alpha1}$は絶対値で最大となる．式(2)を式(20)に代入し，ひずみパラメータ$\varepsilon_{\alpha1}$を回折角で表すと

$$\varepsilon_{\alpha1} = -\left\{ \left[\left(\theta_\alpha - \theta_{\pi+\alpha} \right) + \left(\theta_{-\alpha} - \theta_{\pi-\alpha} \right) \right] / 2 \right\} \cot\theta_0 \tag{24}$$

となる．上式でひずみパラメータ$\varepsilon_{\alpha1}$は回折角度の差によって決定され，無ひずみの回折角の高精度測定を必要としない．$\sin^2\psi$法の特徴(1)がここに引き継がれていることがわかる．また，cos α 法では，ひずみパラメータ$\varepsilon_{\alpha1}$は複数の cos αに対して求め，両者の直線関係の傾きから応力を決定する．このことから特徴(1)と同時に，特徴(2)も実現される．この特徴を強調するため，上述の手法は，平・田中・山崎[7]によって cos α法と名付けられた．さらに，後述のように他の応力成分の決定も可能である．

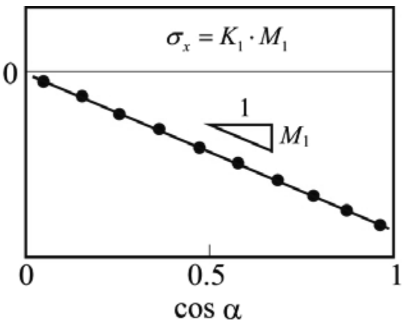


Fig. 7　Cos α diagram for σ_x determination.

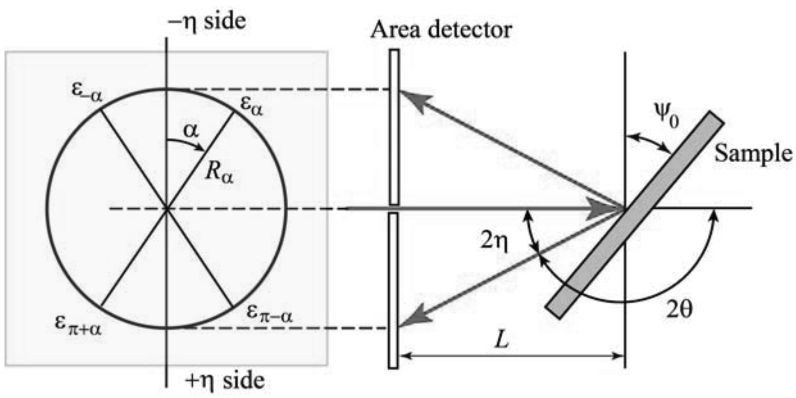


Fig. 6　Strain measurement of Debye-Scherrer ring in the cosα method.

なお，特徴(3)の試料のミスセッティング，表面の凹凸などの測定値への影響に関しては総説その2[9]で述べる．

4.3　その他の応力成分の決定

面内のせん断応力の決定法も平・田中・山崎 [7),8)]によって提案された．せん断応力τ_{xy}は次のようにして測定ひずみから決定できる．($\varepsilon_\alpha - \varepsilon_{\pi+\alpha}$)と($\varepsilon_{-\alpha} - \varepsilon_{\pi-\alpha}$)の偏差の 1/2を$\varepsilon_{\alpha 2}$とする（第 2 ひずみパラメータと称する）．

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\alpha 2} &\equiv \left[\left(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_{\pi+\alpha}\right) - \left(\varepsilon_{-\alpha} - \varepsilon_{\pi-\alpha}\right)\right]/2 \\ &= -\left\{\left[\left(\theta_\alpha - \theta_{\pi+\alpha}\right) - \left(\theta_{-\alpha} - \theta_{\pi-\alpha}\right)\right]/2\right\}\cot\theta_0\end{aligned} \tag{27}$$

このひずみパラメータは，式(18)を用いてせん断応力と次の関係となる．

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\alpha 2} &= \left[2\left(1+\nu\right)/E\right]\sin 2\eta \sin\psi_0 \sin\alpha\cdot\tau_{xy} \\ &= \left[2\left(1+\nu\right)/E\right]\sin 2\theta_0 \sin\psi_0 \sin\alpha\cdot\tau_{xy}\end{aligned} \tag{28}$$

ここでも，2ηのαによる変化は小さいので，$2\eta = \pi - 2\theta_0$を使用した．せん断応力τ_{xy}は，$\varepsilon_{\alpha 2}$と sin αとの直線関係式の傾きから決定できる．

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2\left(1+\nu\right)}\frac{1}{\sin 2\theta_0 \sin\psi_0}\left(\frac{\partial\varepsilon_{\alpha 2}}{\partial\sin\alpha}\right) \tag{29}$$

これを書き換えて

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= K_2\cdot M_2 \\ K_2 &= \frac{E}{2\left(1+\nu\right)}\frac{1}{\sin 2\theta_0 \sin\psi_0}, \\ M_2 &= \frac{\partial\varepsilon_{\alpha 2}}{\partial\sin\alpha}\end{aligned} \tag{30}$$

上式がせん断応力の決定式で，この場合の応力定数である K_2 は背面反射では正数である．τ_{xy} の測定法においても，垂直応力の場合と同様に，ひずみの差を使用しているため，無ひずみ回折角を必要としない． Fig. 8 にせん断応力を決定するための sin α 線図を示す．ここでは，横軸は sin αであり，sin $\alpha = 0$ では$\varepsilon_{\alpha 2} = 0$ で正のせん断応力のときは右上がりの直線となる．

平面応力のもう一つの応力成分σ_y の測定法は，佐々木・広瀬 [12)]によって提案された．各回転角αに対して測定した 4 方向の垂直ひずみε_α, $\varepsilon_{\pi+\alpha}$, $\varepsilon_{-\alpha}$, $\varepsilon_{\pi-\alpha}$から次のパラメータを求める．

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\alpha 3} &\equiv \left[\left(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_{\pi+\alpha}\right) + \left(\varepsilon_{-\alpha} + \varepsilon_{\pi-\alpha}\right)\right]/2 \\ &= -\left\{\left[\left(\theta_\alpha + \theta_{\pi+\alpha}\right) + \left(\theta_{-\alpha} + \theta_{\pi-\alpha}\right) + 4\theta_0\right]/2\right\}\cot\theta_0\end{aligned} \tag{31}$$

式(18)を用いて変形して，最終的に次の関係式をえる．

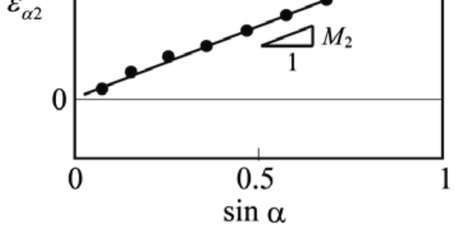


Fig. 8　Sin α diagram for τ_{xy} determination.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\alpha 3} &= \Phi\cos^2\alpha + \Psi \\ \Phi &= \left[2\left(1+\nu\right)/E\right]\left(\sigma_x\cos^2\psi_0 - \sigma_y\right)\sin^2\eta \\ \Psi &= \left(2/E\right)\sigma_x\left(\cos^2\eta\sin^2\psi_0 - \nu\sin^2\eta - \nu\cos^2\eta\cos^2\psi_0\right) \\ &\quad + \left(2/E\right)\sigma_y\left(\sin^2\eta - \nu\cos^2\eta\right)\end{aligned} \tag{32}$$

さらにΦを用いてσ_yが求まる．

$$\sigma_y = \sigma_x\cos^2\psi_0 - \Phi\left\{E/\left[2\left(1+\nu\right)\right]\right\}/\sin^2\eta \tag{33}$$

つまり，$\varepsilon_{\alpha 1}$ の cos α線図からσ_x を求め，ついで，$\varepsilon_{\alpha 3}$の $\cos^2\alpha$線図からΦを求めて，式(33)からσ_y が決定する．なお，σ_y の決定では式(31)から分かるように，無ひずみの回折角 $2\theta_0$ がそのまま測定の誤差につながるため，$2\theta_0$ の高精度測定が必要となる．後述のように，実際の測定においてはσ_y の測定精度の確保が困難な場合が多い．

さらに，佐々木・広瀬ら [13),14)]は，式(15)から出発して，3 軸応力測定法の理論を展開した．式(15)に 3 軸の場合の応力とひずみの関係を代入し変形すると，式(20)の第１ひずみパラメータ$\varepsilon_{\alpha 1}$は次式となる．

$$\begin{aligned}&\varepsilon_{\alpha 1} = -\left[\left(1+\nu\right)/E\right] \\ &\times\left[\left(\sigma_x - \sigma_z\right)\sin 2\psi_0 + 2\tau_{xz}\cos 2\psi_0\right]\sin 2\eta\cdot\cos\alpha\end{aligned} \tag{34}$$

一方，式(27)の第 2 ひずみパラメータ$\varepsilon_{\alpha 2}$は

$$\begin{aligned}&\varepsilon_{\alpha 2} = \left[2\left(1+\nu\right)/E\right] \\ &\times\left[\tau_{xy}\sin\psi_0 + \tau_{yz}\cos\psi_0\right]\sin 2\eta\cdot\sin\alpha\end{aligned} \tag{35}$$

となる．当然であるが，式(34),(35)において平面応力を仮定すると式 (21),(28) に一致する．ついで，これらの応力を分離する手法を提案した．つまり，X 線入射角を$\psi_0 > 0$ と$\psi_0 < 0$ の 2 方向に設定して計測されるデバイ環から，第 1，第 2 ひずみパラメータを求める．ついで，これらのパラメータの cos αおよび sin αの係数を求め，それらの平均と偏差を求めることによって分離が可能となる．さらに，σ_yを含めて 3 軸応力を高精度に求めるためには，X 線入射方向を 3 方向から 4 方向に対してデバイ環を取得することが必要であるとしている [14)]．

X 線で測定される応力は X 線侵入深さ内の重み付き平均応力であり，X 線侵入深さが浅いことから平面応力状態が仮定される場合が多い．しかしながら，実際の測定では必ずしもこの仮定が満足されず，3 軸応力解析が必要な場合がある．例えば，複合材料の X 線測定では面に垂直な応力成分（σ_z）が無視できない場合が多い [1)]．さらに，強変形や転がり疲労損傷によって導入される残留応力には面外のせん断応力成分（τ_{yz}, τ_{zx}) が存在する．このことは $\sin^2\psi$ 法ではψスプリットとしてよく知られており，Dölle-Hauk[15)]の手法による解析法が確立されている．佐々木ら [16),17)]は，面外せん断応力成分の課題に対して cos α法を基にした 3 軸応力測定法を適用し，面外せん断応力評価において，$\sin^2\psi$法における Dölle-Hauk の手法と同様の精度を有していることを報告している．

4.4 方位ひずみの応力感度

X 線測定ひずみε_αの方位角αによる変化に対する応力

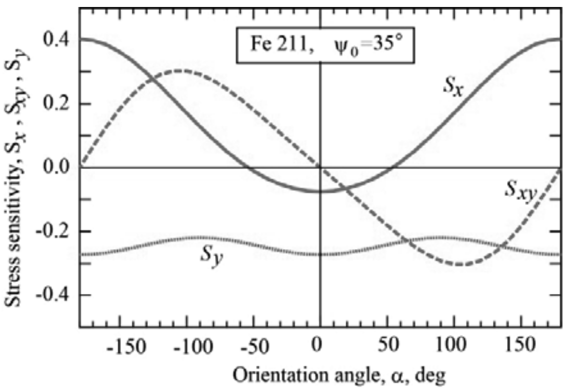


Fig 9　Stress sensitivity of measured strain as a function of orientation angle.

の影響を検討することは，測定値の信頼性を評価する上で重要である．平面応力状態の関係式(18)を用いて応力感度を検討する．実際の数値として，Cr-Kα 線を用いて Fe 211 回折を傾斜角ψ_0 = 35°の場合を採用する．このとき無ひずみの回折角 $2\theta_0 = 156.4°$, $\theta_0 = 73.2°$，$\eta = 11.8°$で，ヤング率 $E = 223$ GPa, $\nu = 0.273$ とする．ε_αが各応力に対する感度係数として次式で定義する．

$$
\begin{aligned}
S_x &\equiv E\left(\partial\varepsilon_\alpha \big/ \partial\sigma_x\right) = (1+\nu)n_1^2 - \nu \\
&= (1+\nu)\left(\cos\eta\sin\psi_0 - \sin\eta\cos\psi_0\cos\alpha\right)^2 - \nu \\
S_y &\equiv E\left(\partial\varepsilon_\alpha \big/ \partial\sigma_y\right) = (1+\nu)n_2^2 - \nu \\
&= (1+\nu)\sin^2\eta\cdot\sin^2\alpha - \nu \\
S_{xy} &\equiv E\left(\partial\varepsilon_\alpha \big/ \partial\tau_{xy}\right) = 2(1+\nu)n_1 n_2 \\
&= 2(1+\nu)\sin\eta\sin\alpha\left(\cos\eta\sin\psi_0 - \sin\eta\cos\psi_0\cos\alpha\right)
\end{aligned} \tag{36}
$$

Fig. 9 には，これらの値の方位角αに対する変化を示す．S_xは$\alpha = 0°$で最小，180°で最大となり，一方 S_{xy} は$\alpha = 0°$と 180°では応力感度は零で，$\alpha = -110°$近傍で最小，110°で最大となる．これに対して，σ_yの応力感度は$\alpha = -180°$, 0°, 180°で最小，-90°，90°で最大となる．感度係数のαに対する変化は，σ_x, τ_{xy}ともに大きく，σ_yは小さい．さらに，傾斜角ψ_0の増大とともにσ_x, τ_{xy}の感度は大きくなるが，σ_yの感度は変化しない．この点からも， cos α法において単一入射のみで求められるσ_y の測定値の信頼性は低くなることが予想される．

4.5 cos α法の展開とその他の応力測定法

平面応力の場合の cos α法の基礎式 (18)ないしは(19)を使用して，全周のひずみ測定データと基礎式との誤差関数を最小にすることから応力を決定する手法が種々提案されている．これらは cos α線図あるいは sin α線図を用いず，基礎式(18), (19)から直接的に応力を決定する解法で，広義の cos α法と見なされる．本稿では，これらを総称して，2 次元検出器を用いた単一入射法，短縮して 2D-SE 法 (2D single-exposure method) と呼称する．

大谷ら [18),19)]は単一斜入射で取得したデバイ環の周上の複数のε_αデータから直接応力σ_x, σ_yとτ_{xy}を決定する手法として，式(16)を使用した重回帰分析法を提案している．測定応力値を $\sin^2\psi$法による測定値と比較した結果，σ_x, τ_{xy}の測定精度は高いが，σ_yは測定誤差が大きいことを報告している．これは，上述のようにひずみ感度が低いことに起因すると考えられる．また，彼らは高精度の応力測定のためには，入射 X 線の傾斜角ψ_0として 30°から 45°が必要であるとしている．

一方，Yasukawa[20)]は，単一入射で取得した回折環のデータにおいて無ひずみ回折角も未知数として誤差を最小にすることから応力を決定する方法を提案し，直接精密化解法 (DRS : direct refinement solution method) と称した． Kampfe ら [21),22)]によって提案された全リングフィッティング法 (full-ring fitting method) も同種の誤差を最小にする重回帰分析の手法である．これら 2 手法による測定応力値の精度に関する十分な検討が望まれる．

佐々木ら [23),24)]は，式(18)において，ε_αが方位角αの関数として cos α, sin α, cos2α, sin2αの一次結合で表されることに着目して，ε_αをαの関数としてフーリエ解析して，その 1 次および 2 次の係数から平面応力の 3 成分を決定するフーリエ解析法を提案し，4 点曲げで測定した応力σ_xの測定精度が cos α法と同程度であるとしている．

これらの直接解法では，回折環の全周のデータが得られない場合でも，デバイ環の一部のデータから応力を決定することは可能であるが，取得する方位により応力感度が異なり精度に影響することには注意が必要である．

一方，鈴木 [5),25),26)]はデバイ環の全周のひずみデータから応力を決定するためにシンプレックス法を用いることを提案している．垂直入射ψ_0 = 0 の場合には，$\eta = \psi$, $\alpha = \pi - \varphi$であるので，式(6)と式(18)とは一致する．この式を利用して例えばα = 0°, 45°, 90°のひずみε_0, ε_{45}, ε_{90}から，上式を使って平面応力の 3 成分σ_x, σ_y, τ_{xy}が決定できる．しかし，この決定法は，$\sin^2\psi$法導入以前と同じ試みであり，非常に正確な無ひずみ回折角と，高精度の回折中心位置，試料距離の決定が不可欠であり測定上困難である．この対策として，鈴木はシンプレックス法を使用して，仮定した 3 成分σ_x, σ_y, τ_{xy}から求まる式(6)のひずみと，デバイ環から測定したひずみとの差の 2 乗の全周に渡る和が最小になるように，最適 3 成分を決定している．さらに，X 線入射角ψ_0を傾けた場合には入射角を倒した方向の垂直応力の感度が大きくなり，その方向の応力の測定精度が向上する．この手法は，粗大粒で斑点状のデバイ環の場合に特に有用であると考えられる．

以上が単一入射で得たデバイ環の全周（あるいはデバイ環の一部）のデータから応力を決定する 2D-SE 法である．市販の測定装置としては，2012 年の cos α法を採用した応力測定装置 (PULSTEC μ-X360) に続いて，2014 年にはデバイ環に沿って 2 列に配置した半導体 2 次元検出器を搭載した可搬式・小型・軽量の現場用応力測定装置 (Rigaku SmartSite RS) が市販されている．この装置では，単一射入射で得られたデバイ環のひずみデータから DRS 法 [20)]で応力を決定する．

これらの 2D-SE 法とは異なる手法として，1997 年に

He[27)-29)]は 2D-XRD 法を提案している．この手法は，2 次元検出器で取得したデバイ環の一部の領域のデータからひずみ測定を行う．複数の方位でひずみを取得し，最小二乗法で応力を決定する．2D-XRD 法では，データ取得法に独自性があり，試料の動きは，従来の方法に比較して非常に複雑であり，かつ試料のセッティングに対しても，高精度の位置決めが要求される．1998 年に 2 次元 PSPC を検出器として，応力測定法として 2D-XRD 法を搭載した測定装置 (Brucker AXS D8 Discover with XRD^2) も市販されているが，寸法や形状に制限のある試料に対して，また現場用測定には不向きと予想される．

4.6　X 線応力測定の各手法の特徴

以上，X 線応力測定の各手法について述べた．これらの手法は，

(1)　ひずみデータの取得方法

(2)　応力の決定法

によって，$\sin^2\psi$法，cos α法，2D-XRD 法の 3 手法に分類することができる．ここでは 2D-SE 法を cos α法で代表させる．これら各手法によって単一入射で測定されるひずみが異なる．Fig. 2 あるいは Fig. 4 に示すひずみが測定される方向φ, ψ つまり回折ベクトルを，Fig. 10(a)の極点図に示す[5),30)]．試料法線方向から見た極点図で x 軸から反時計回りに方位角φを，z 軸から傾斜角ψをとる．

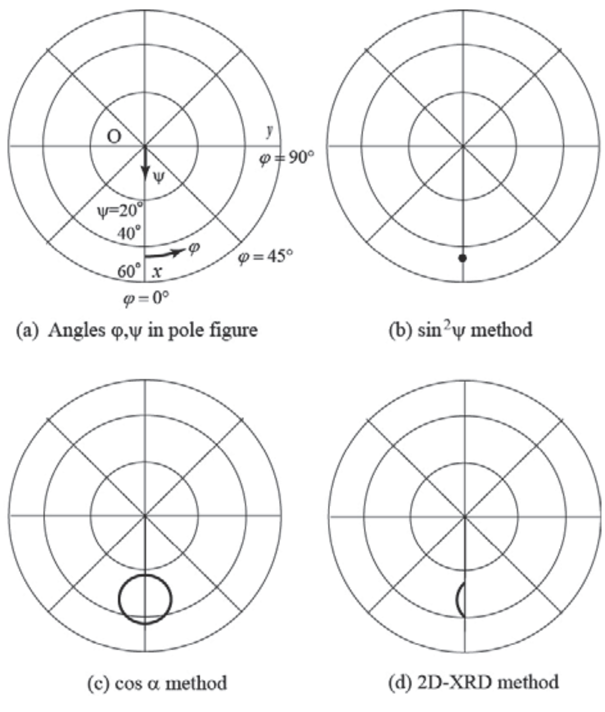


Fig. 10　Pole figure of diffraction vector by single X-ray exposure in three methods of stress measurement.

Fig. 10 (b) $\sin^2\psi$法ではデバイ環の+η側での 1 点で 1 つのひずみが測定される．(c) cos α法では．単一入射でデバイ環全周のひずみを測定するために，回折ベクトルはだ円状となる．一方，(d) 2D-XRD 法ではデバイ環の一部の範囲 (検出器で決まる測定角度の範囲) のひずみを測定するため，全 2 者の中間的手法と見なせる．

ここで，1 方向の応力を決定するために必要な X 線入射方向の数を比較する．Table 1 にまとめるが，$\sin^2\psi$法は，複数方向 (通常 5 方向以上) の角度で入射し，傾斜角ψの関数としてひずみε_ψを測定することが必要である．cos α法では，単一入射から得られるデバイ環の全周から，方位角αの関数としてひずみε_αを測定するために，単一入射のみで応力が決定できる．一方，2D-XRD 法は，2 次元検出器でデバイ環の一部からひずみを求めるため，$\sin^2\psi$法に比較して単一入射で得られるひずみは多くなるが，十分ではなく X 線入射も複数必要である．

さらに，平面応力状態での 3 応力成分，あるいは主応力と主応力方向を決定するために必要な測定を比較する．$\sin^2\psi$法では 3 方向φ = 0°, 45°, 90°において $\sin^2\psi$線図を求める必要があり，3×5＝15 入射が必要である．一方，cos α法ではφ = 0°と 90°方向での 2 方向入射によって，σ_x, τ_{xy} およびσ_y, τ_{xy} が求められるため，2×1＝2 方向入射で十分である．一方，2D-XRD 法は，$\sin^2\psi$法に近く，複数の方向での測定が必要となる．以上のように cos α 法は，測定時間の短縮においても圧倒的に有利である．

5　ま と め

単一入射 X 線の光学系で，2 次元検出器により得たデバイ環の全周のデータを使用して応力を求める cos α法は，短時間での高精度計測が可能であり，しかも測定装置も可搬式で小型・軽量となる．cos α法の理論は我が国で提案され，日本材料学会の活動を中心として発展した独自技術であり，今後さらなる発展が期待できる．本総説その 1 では，X 線測定の原理に立ち返り，$\sin^2\psi$法から cos α法までの進歩をたどるとともに，cos α法の基礎理論の展開について述べた．特に基本に重点を置いたため，最近の理論展開の記述は十分ではなく，詳細については引用文献を参照いただきたい．また，実際の測定における高精度を確保するための測定法および実際への適用に関しては，総説その 2[9)]に述べる．

最後に，本稿を執筆するに当たり助言と助力をいただいた，鈴木賢治教授 (新潟大)，秋庭義明教授 (横国大)，坂井田喜久教授 (静岡大)，来海博央教授 (名城大)，清水憲一准教授 (名城大) に心から感謝いたします．

Table 1 Number of X-ray exposure required to determine stress components.

Method	$\sin^2\psi$	cos α	2D-XRD
Single stress, σ_x	5	1	more than 1, less than 5
Three stresses, σ_x, σ_y, τ_{xy}	3×5	2×1	more than 2×1, less than 3×5

参 考 文 献

1) K.Tanaka, K. Suzuki and Y. Akiniwa, "Evaluation of Residual Stresses by X-Ray Diffraction", (2006) Yokendo.
2) Standard Method for Stress Measurement, JSMS-SD-10-05 (2005).
3) Y. Sakaida, "Current stress measurement methods with two-dimensional detectors", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 64, No. 7, pp. 599-605 (2015).
4) Y. Sakaida and T. Kurimura, "Current issues and future prospects of stress measurement methods with two-dimensional detectors", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 64, No. 9, pp. 745-750 (2015).
5) K. Suzuki, S. Nishikawa, Y. Akiniwa, M. Uchiyama, S. Ohkido, T. Hashimoto, Y. Miura and T. Yunomura, "X-Ray Stress Measurement Using Area Detector", (2015) Yokendo.
6) Y. Maruyama, T. Miyazaki and T. Sasaki, "Development and validation of an X-ray stress measurement device using an imaging plate suitable for the cos α method", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 64, No. 7, pp. 560-566 (2015).
7) S. Taira, K. Tanaka and T. Yamasaki, "A method of X-ray microbeam measurement of local stress and its application to fatigue crack growth problems", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 27, No. 294, pp. 251-256 (1978).
8) S. Taira and K. Tanaka, "Local residual stress near fatigue crack tip", Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan, Vol. 10, pp. 411-418(1979).
9) K. Tanaka, "X-ray stress measurement by the cos α method using two-dimensional detector, Part two, Measurement procedure and applications", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 66, No. 7, pp.479-487 (2017).
10) Y. Yoshioka and S. Ohya, "X-ray analysis in a localized area by use of imaging plate", Advances in X-Ray Analysis, Vol. 35A, pp. 537-543 (1992).
11) Y. Yoshioka and S. Ohya, "X-ray measurement of stress in a local area by use of imaging plate", Journal of the Japanese Society for Non-Destructive Inspection, Vol. 42, No. 12, pp. 669-673 (1993).
12) T. Sasaki and Y. Hirose, "Single incidence X-ray stress measurement for all plane stress components using imaging plate of two-dimensional detector", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 44, No. 504, pp. 1138-1143 (1995).
13) T. Sasaki and Y. Hirose, "X-ray triaxial stress analysis using whole diffraction ring detected with imaging plate", Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 61, No. 590, pp. 2288-2295 (1995).
14) T. Sasaki, S. Takahashi, K. Sasaki and Y. Kobayashi, "A study on improvements in multiaxial stress analysis with area detector type diffraction method", Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 75, No. 570, pp. 219-227 (2009).
15) H. Dölle, "The influence of multiaxial stress states, stress gradients and elastic anisotropy on the evaluation of (residual) stresses by X-rays", Journal of Applied Crystallography, Vol. 49, 489-501 (1979).
16) N. Kamura, T. Fujita and T. Sasaki, "Effect of residual stress on peeling of rolling bearing", Proceedings of the 50th Symposium on X-Ray Studies on Mechanical Behavior of Materials, The Society of Materials Science, Japan, pp. 21-24 (2016).
17) T. Sasaki, N. Inui and H. Itoh, "X-ray triaxial stress measurement of rails suffered from rolling contact fatigue", Proceedings of the 50th Symposium on X-Ray Studies on Mechanical Behavior of Materials, The Society of Materials Science, Japan, pp. 25-28 (2016).
18) Y. Shitaba, T. Ishikawa, S. Ohya and K. Akita, "Development of stress analyzer using whole back reflection ring", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 55, No. 12, pp. 1139-1145 (2006).
19) T. Ito, K. Sato, S. Ohya, K. Akita, K. Ogiso and K. Hasegawa, "Development of a miniaturized X-ray stress analyzer based on ε_α mutiple regression method", Proceedings of the 43rd Symposium on X-Ray Studies on Mechanical Behavior of Materials, The Society of Materials Science, Japan, pp. 144-148 (2008).
20) S. Yasukawa, "X-ray stress analysis technique using the optimization of d_0 with error term, Direct refinement solution (DRS) method", Rigaku Journal, Vol. 32, No. 2, pp. 6-12 (2016).
21) A. Kampfe, B. Kampfe, S.Goldenbogen, B. Eigenmann, E. Macherauch and D. Lohe, "X-ray stress analysis on polycrystalline materials using two-dimensional detectors", Advances in X-Ray Analysis, Vol. 43, pp. 54-65 (2000).
22) J. Ramirez-Rico, S. Y. Lee, J.J. Ling and I.C. Noyan, "Stress measurement using area detectors: A theoretical and experimental comparison of different methods in ferritic steel using a portable X-ray apparatus", Journal of Materials Science, 51, 5343-5355 (2016)
23) Y. Fujimoto, T. Miyazaki and T. Sasaki, "X-ray stress measurement of ferritic steel using Fourier analysis of Debye-Scherrer ring", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 64, No. 7, pp. 567-572 (2015).
24) T. Miyazaki, Y. Fujimoto, T. Sasaki, "Improvement in X-ray stress measurement using Debye-Scherrer rings by in-plane averaging", Journal of Applied Crystallography, Vol. 49, 241-249 (2016).
25) K. Suzuki, "X-ray stress measurement using direct method", Proceedings of the 49th Symposium on X-Ray Studies on Mechanical Behavior of Materials, The Society of Materials Science, Japan, pp. 12-17 (2015).
26) K. Suzuki, "X-ray study on strain measurement of coarse-grain material using area detector", Proceedings of the 50th Symposium on X-Ray Studies on Mechanical Behavior of Materials, The Society of Materials Science, Japan, pp. 105-108 (2016).
27) B.B. He, and K. L. Smith, "A new method for residual stress measurement with two-dimensional diffraction", Proceedings of the 5th International Conference on Residuals Stresses, Vol. 2, 634-639 (1997).
28) B.B. He and K. L. Smith, "Strain and stress measurements with a two-dimensional detector", Advances in X-Ray Analysis, Vol. 41, 501-508 (1999).
29) B.B. He, "Two-Dimensional X-ray Diffraction", (2009) John Wiley& Sons.
30) T. Miyazaki and T. Sasaki, "A comparison of X-ray stress measurement methods based on fundamental equation", Journal of Applied Crystallography, Vol. 49, 426-432 (2016).